



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Mecânica Quântica I

Lista 1

1. Seja P_{ab} a probabilidade de encontrar uma partícula no intervalo ($a < x < b$) no tempo t . Mostre que

$$\frac{dP_{ab}}{dt} = J(a, t) - J(b, t)$$

onde

$$J(x, t) = \frac{i\hbar}{2m} \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

J é a corrente de probabilidade.

2. Uma partícula em um poço infinito quadrado de largura a tem como função de onda inicial a mistura dos dois primeiros estados estacionários:

$$\Psi(x, 0) = A[\psi_1(x) + \psi_2(x)]$$

- Normalize $\Psi(x, 0)$.
 - Encontre $\Psi(x, t)$ e $|\Psi(x, t)|^2$. Expresse $|\Psi(x, t)|^2$ como uma função senoidal do tempo. Para simplificar, faça $\omega \equiv \pi^2 \hbar / 2ma^2$.
 - Encontre $\langle x \rangle$. Note que $\langle x \rangle$ oscila com o tempo, qual é a amplitude de oscilação? Essa amplitude poderia ser maior que $a/2$?
 - Encontre $\langle p \rangle$.
 - Se você medir a energia desta partícula, que valores poderia encontrar e com que probabilidades? Encontre $\langle H \rangle$. Como se compara com E_1 e E_2 ?
3. Encontre o valor esperado da energia potencial do n -ésimo estado do oscilador harmônico.
4. Ainda para o oscilador harmônico, para o estado fundamental e para o primeiro estado excitado:
- Encontre $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$.
 - Verifique o princípio de incerteza para esses estados.
 - Calcule $\langle T \rangle$ e $\langle V \rangle$ para os dois estados. A soma é o que você esperava encontrar?
5. Uma partícula livre tem como função de onda inicial

$$\Psi(x, 0) = Ae^{-a|x|}$$

- Normalize $\Psi(x, 0)$.
- Encontre $\phi(k)$.
- Construa $\Psi(x, t)$ na forma integral.
- Discuta os casos limite: a muito grande e a muito pequeno.

6. Considere o potencial duplo delta $V(x) = -\alpha[\delta(x+a) + \delta(x-a)]$, onde a e α são constantes positivas.

- (a) Esboce este potencial.
- (b) Quantos estados ligados este potencial possui? Encontre todas as energias permitidas para $\alpha = \hbar^2/ma$ e para $\alpha = \hbar^2/4ma$.
- (c) Esboce as funções de onda.

7. Uma partícula de massa m e energia $E > 0$ se aproxima de um potencial degrau

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ -V_0 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- (a) Qual a probabilidade dela ser refletida se $E = V_0/3$?
- (b) Quando um nêutron livre entra em um núcleo, ele experimenta uma queda abrupta na energia potencial, passando de $V = 0$ fora do núcleo, para $V \approx -12$ MeV dentro do mesmo. Suponha que um nêutron emitido por um evento de fissão tenha energia cinética 4 MeV e bata no núcleo. Qual a probabilidade dele ser absorvido e dar início a outro evento de fissão?

8. Considere uma partícula de massa m em um poço quadrado infinito de largura a .

- (a) Mostre que essa partícula retorna a seu estado inicial após um tempo $T = 4ma^2/\pi\hbar$, isto é, $\Psi(x, T) = \Psi(x, 0)$ para qualquer estado. Qual a interpretação física deste tempo T ?
- (b) Qual é o período clássico para uma partícula de energia E presa neste mesmo potencial?
- (c) Para que energia os períodos clássico e quântico são iguais?