Percolação

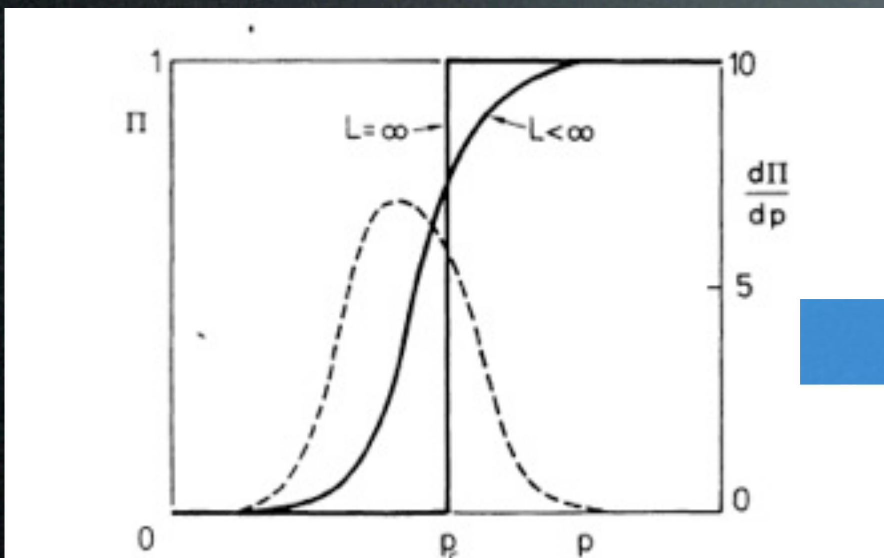
Métodos computacionais II
2010

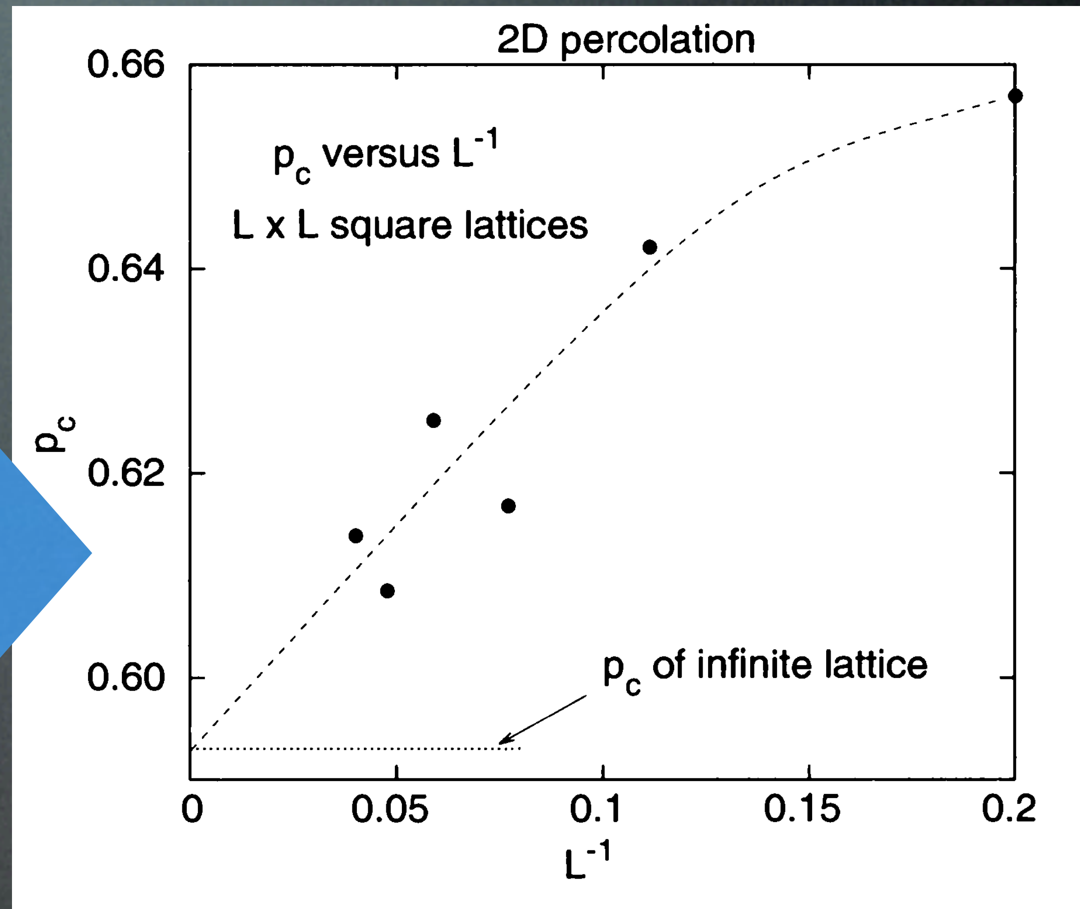
Transição de Percolação

- $p<p_c$ ➝ Não há Spanning Cluster
- $p>p_c$ ➝ Existe um Spanning Cluster
- Existência ou não de SC ➝ Transição de fase de 2a ordem
  - É o Spanning Cluster que leva à transição metal isolante do exemplo!
- p_c é a probabilidade de ocupação dos sítios para qual aparece um SC na rede infinita
- Na rede finita há uma probabilidade finita de termos um SC para $p<p_c$.

Percolação na rede finita

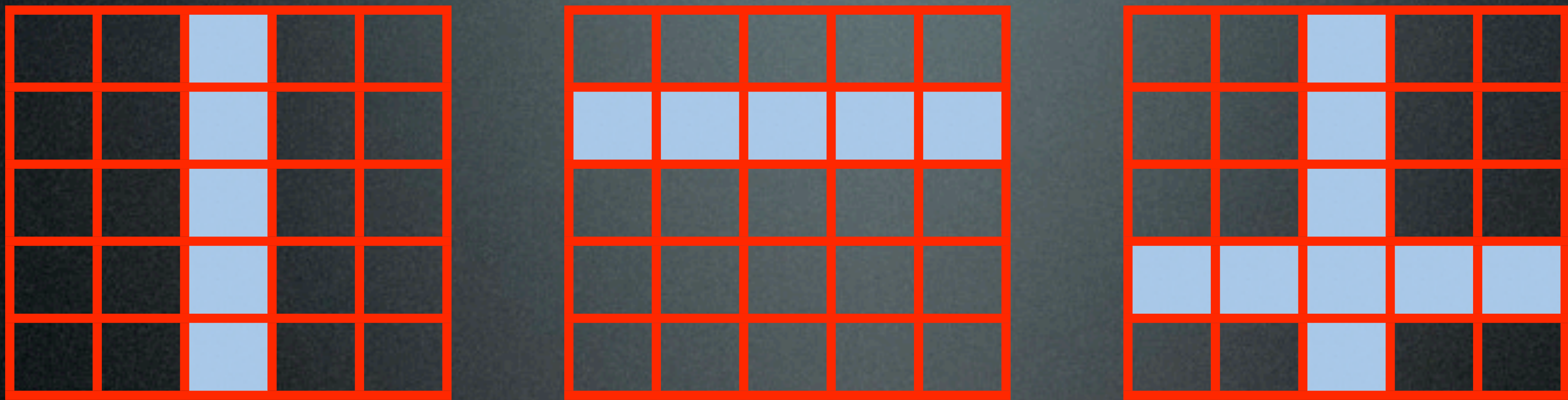
Prob. de aparecimento de um SC
numa rede finita





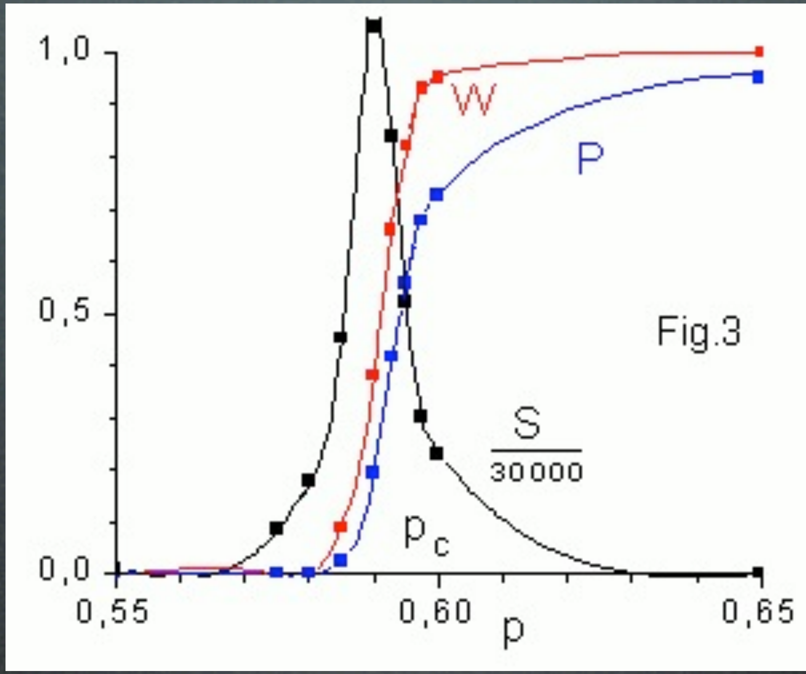
- Podemos calcular $p_c(L)$ e extrapolar resultado para L infinito
- Finite-size scaling

S. Cluster na rede finita



- Definição de S. Cluster é arbitrária
- $p_c(L)$ é valor médio de p para primeira vez que o SC aparece
- Qualquer critério leva ao mesmo valor de p_c ao extrapolarmos $p_c(L=\infty)$

Outras Quantidades



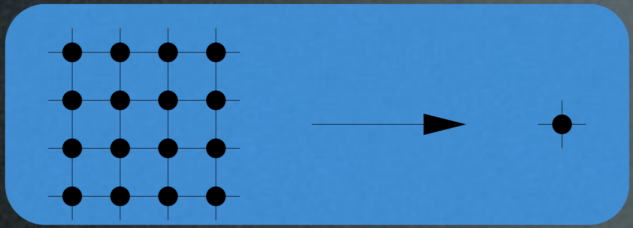
- W(p) is the probabilidade de aparecimento de um spanning cluster em um sistema finito
- P(p) é a probabilidade de que um sítio pertença ao SC ou a densidade do SC, já que
  - P(p) = (num de sítios no SC)/ num de sítios ocupados
  - S(p) é o tamanho médio dos clusters excluindo o SC

Criticalidade

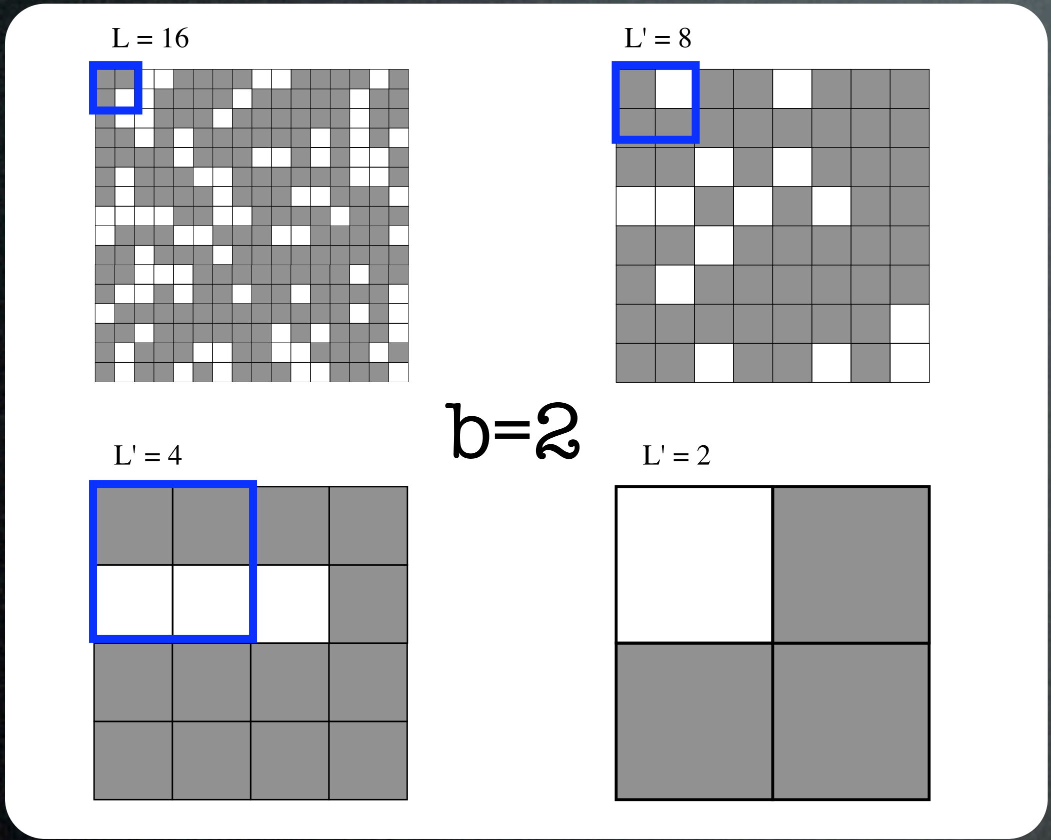
- P é parametro de ordem:
- $P \neq 0$ para $p > p_c$ e $P = 0$ para $p < p_c$
- Perto da transição.. $P(p) \propto (p - p_c)^{\beta}$
- Em $p = p_c$,S. Cluster é fractal já que densidade tende a zero quando L tende a infinito
- Transição de fase geométrica
- Com outras quantidades, podemos mostrar que $P(p) \propto L^{\beta/\nu}$
- Outro finite-size scaling!

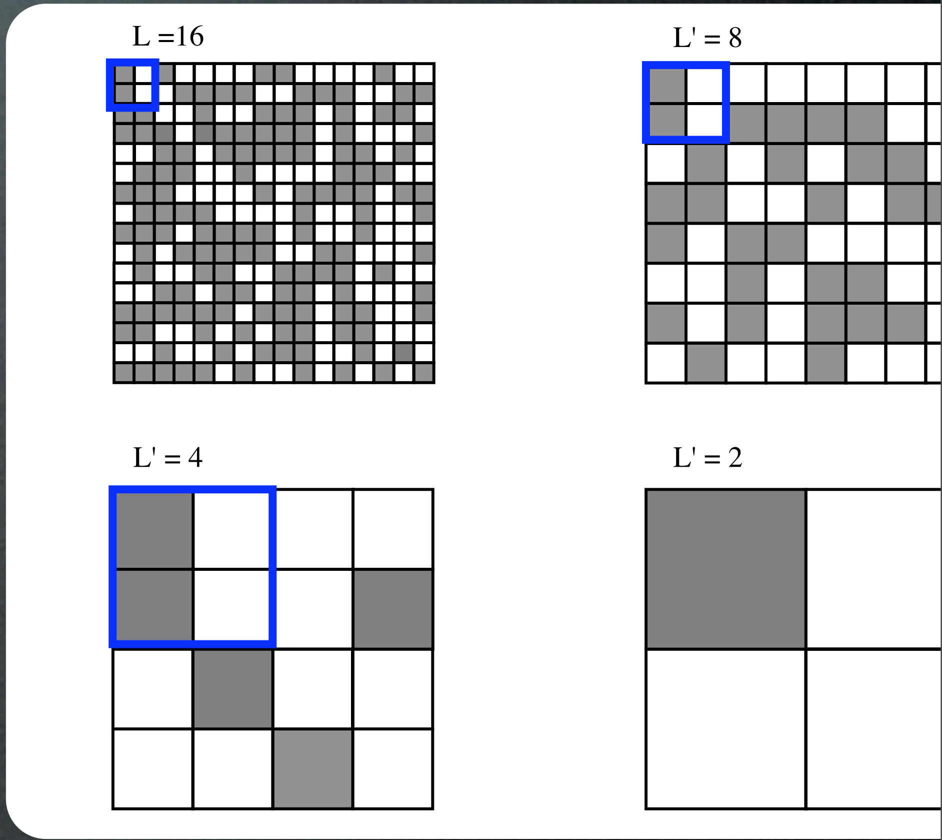
Quantity	Functional form	Exponent	$d = 2$
Percolation			
order parameter	$P_\infty \sim (p - p_c)^\beta$	β	$5/36$
mean size of finite clusters	$S(p) \sim \lvert p - p_c \rvert^{-\gamma}$	γ	$43/18$
connectedness length	$\xi(p) \sim \lvert p - p_c \rvert^{-\nu}$	ν	$4/3$

Grupo de renormalização

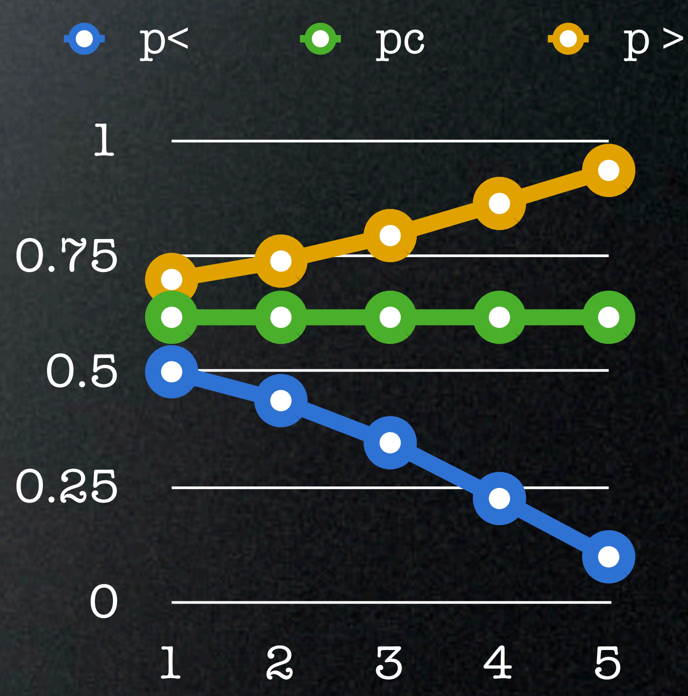


Utilizar mesma regra global para definir se célula 2x2 tem SC.





- $p' = R(p) = p^4 + 4p^3(1-p) + 2p^2(1-p)$
  - Soma das probabilidades de todas as configurações de SC na célula 2x2
  - $(1-p)$ é a prob. do sítio estar vazio
  - Pontos fixos: $p^* = R(p^*)$
  - $p^*=0$, $p^*=1$, $p^*=0.6180$
  - Pode ser usado p/ encontrar expoentes



Catalogando clusters

- Iniciar com rede vazia.
- Varrer a rede
  - Para cada sítio varrido:
    - sorteio de r. Se r<p, ocupa sítio
    - verifica vizinho tiver já está catalogado.
      - se sim, segue mesmo label do vizinho (l)
        - se não, utiliza novo label m

catalogando..

- verifica vizinho tiver já está catalogado.
  - se sim, segue mesmo label do vizinho (l)
    - se não, utiliza novo label m
- caso vizinhos tenham labels distintos, fazer link entre labels (vetor links)
  - ex: link(m)=n
- Se mesmo label atingiu extremidades da rede, temos um SC