

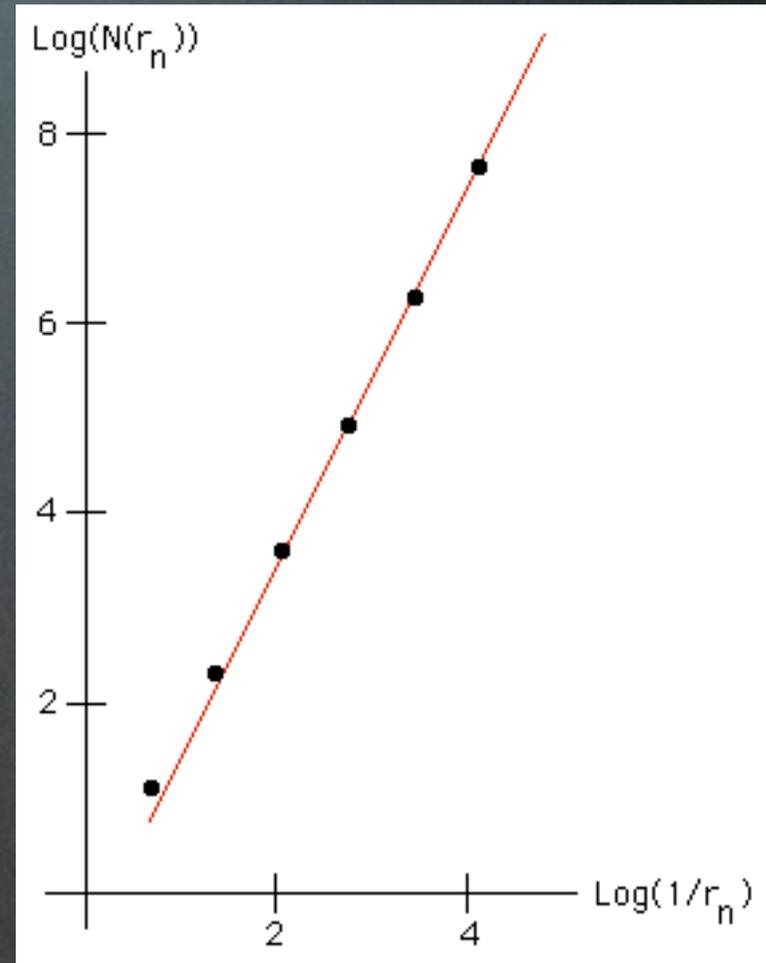
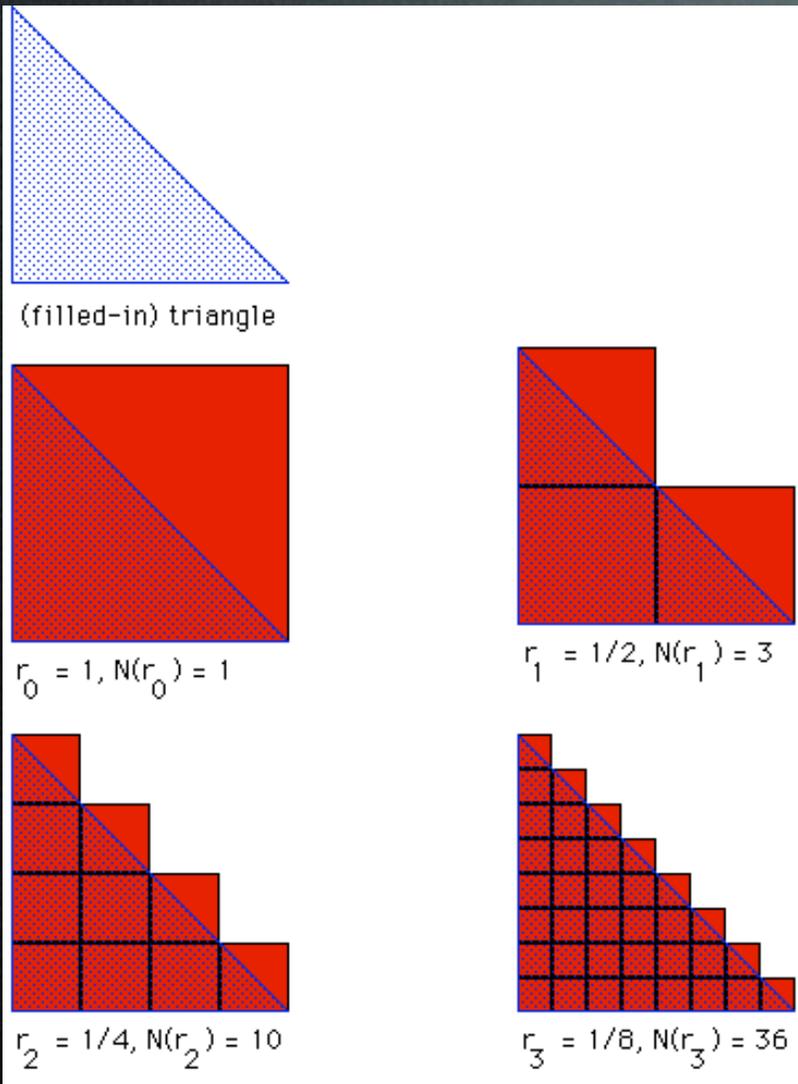
Fractais

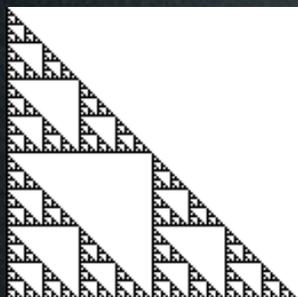
Métodos computacionais II
2010

Calculando numericamente

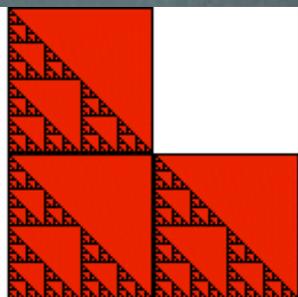
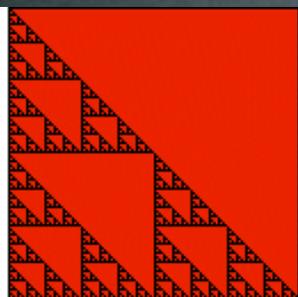
- Em geral, para calcular a dimensão fractal de fractais não-determinísticos inseridos em d dimensões:
 1. Posicione N caixas de tamanho L sobre o fractal
 2. Conte quantas caixa de tamanho L contém um pedaço de fractal, $M(L)$
 3. Faça a média sobre diferentes posições de caixa
 4. Repita 1-3 para um novo tamanho L

Na prática

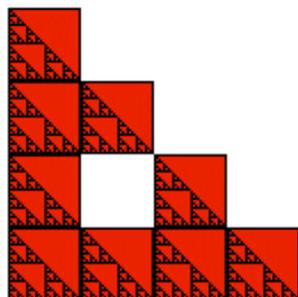




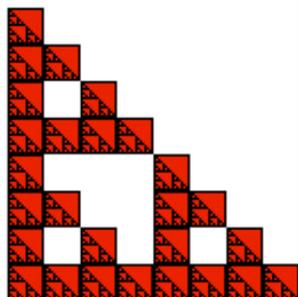
Sierpinski gasket



$r_1 = 1/2, N(r_1) = 3$

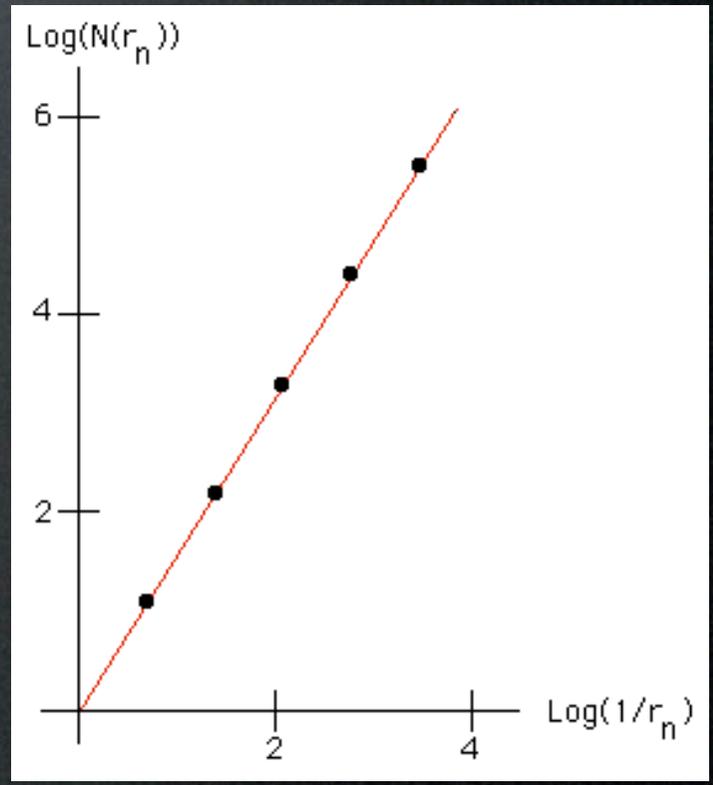


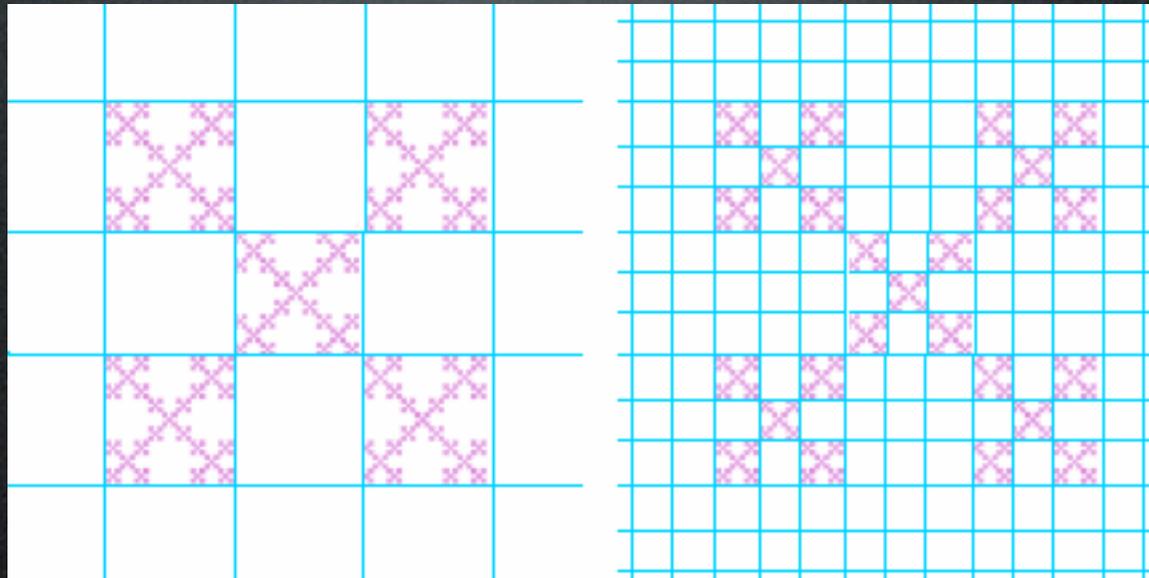
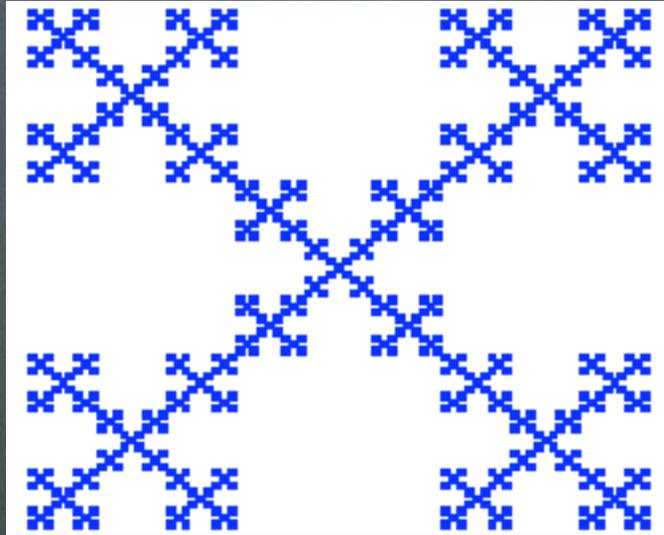
$r_2 = 1/4, N(r_2) = 9$



$r_3 = 1/8, N(r_3) = 27$

$d=1.59$





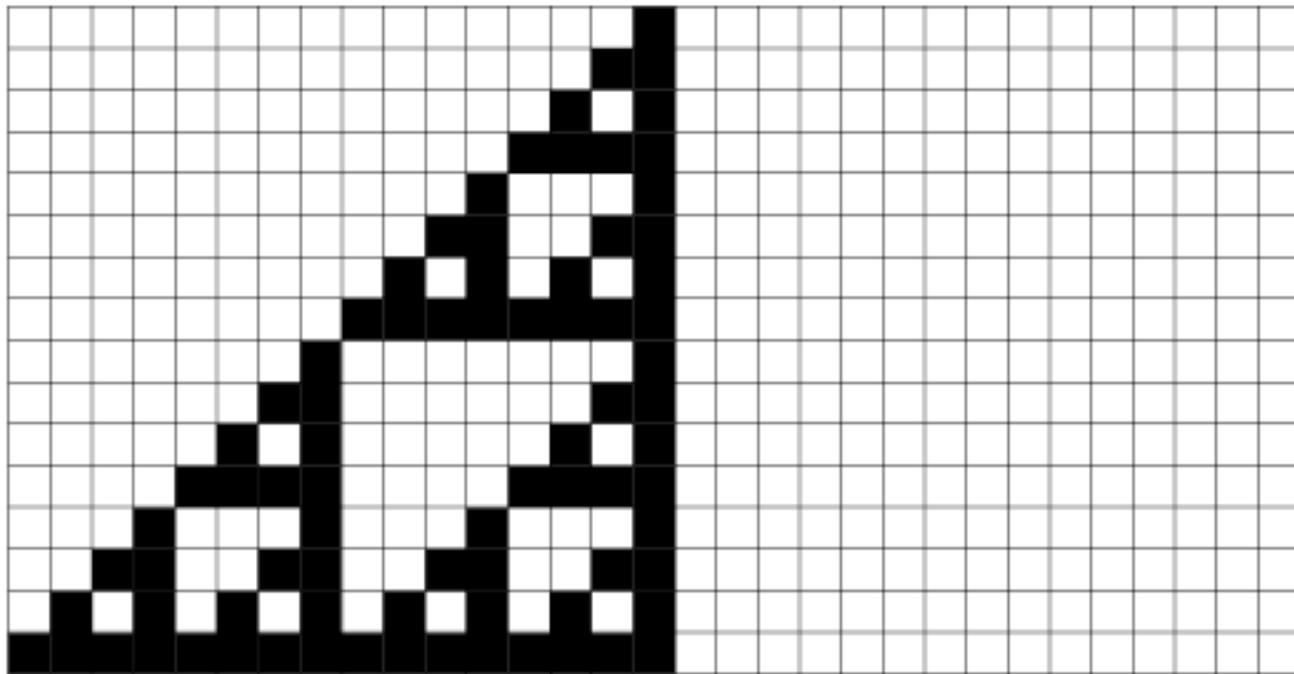
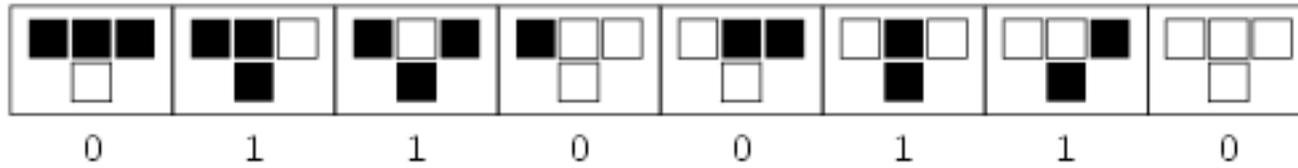
Leis de escala

- Em geral, para cada comprimento L ,
 - $M \sim L^{d_f}$, $d_f = \log(M(L))/\log(L)$
- A densidade se escreve
 - $\rho(L) = M/L^d = L^{d_f-d}$
- Porque a relação tipo lei de potência é relevante?
- Temos que $\rho(\lambda L) = \lambda^{d_f-d} \rho(L)$,
- ou seja, as propriedades estatísticas em uma dada escala são idênticas as do sistema em outra escala, multiplicadas por um fator de escala

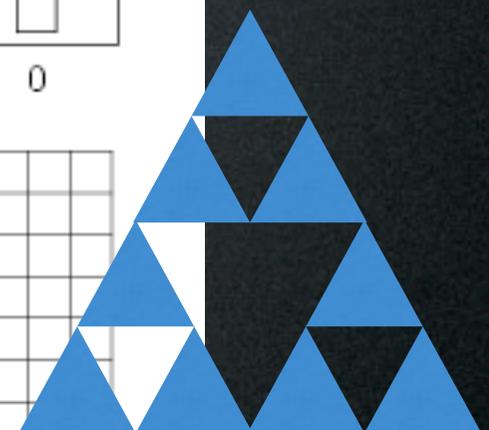
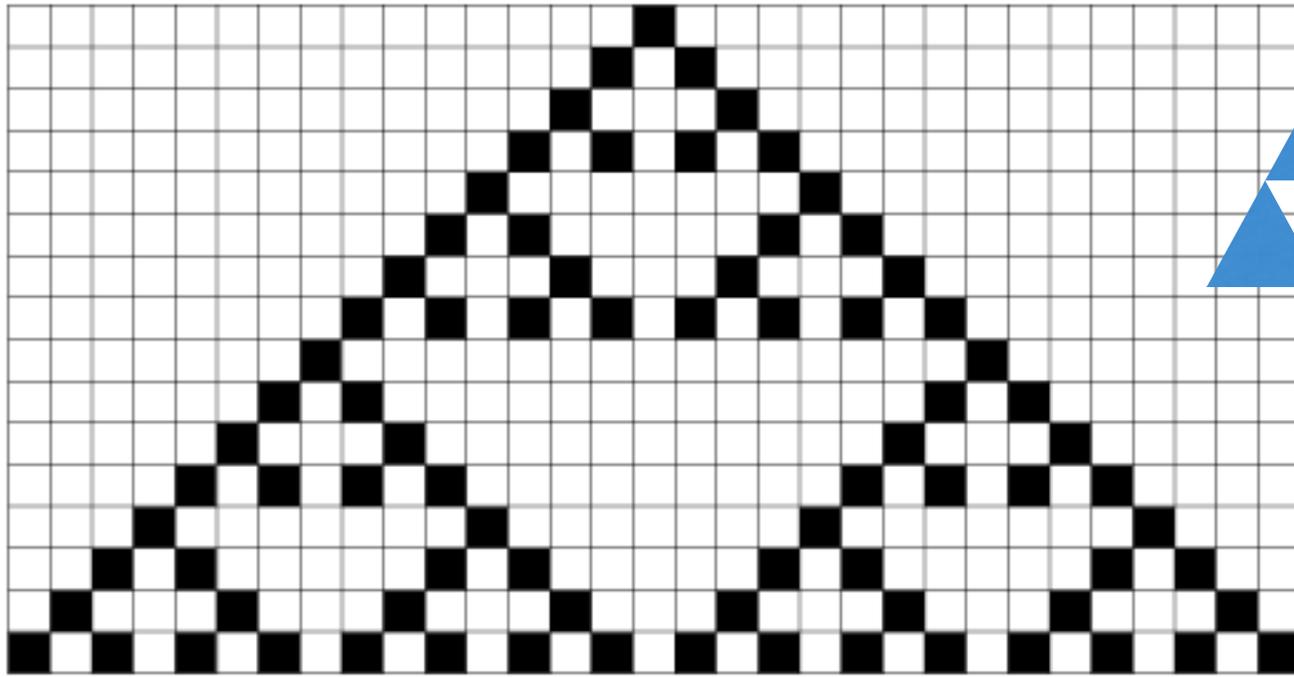
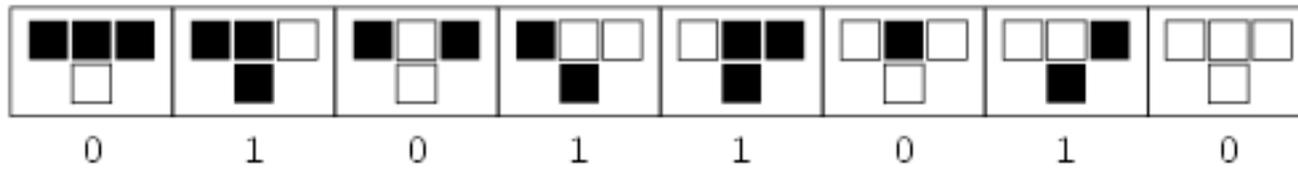
Como fazer um fractal?

- Método mais simples: **Autômatos celulares**
 - Conjunto de células onde cada uma se encontra em um determinado estado, que pode se alterar a passos de tempo discretos, dependendo do próprio estado e do estado dos seus vizinhos

rule 102



rule 90



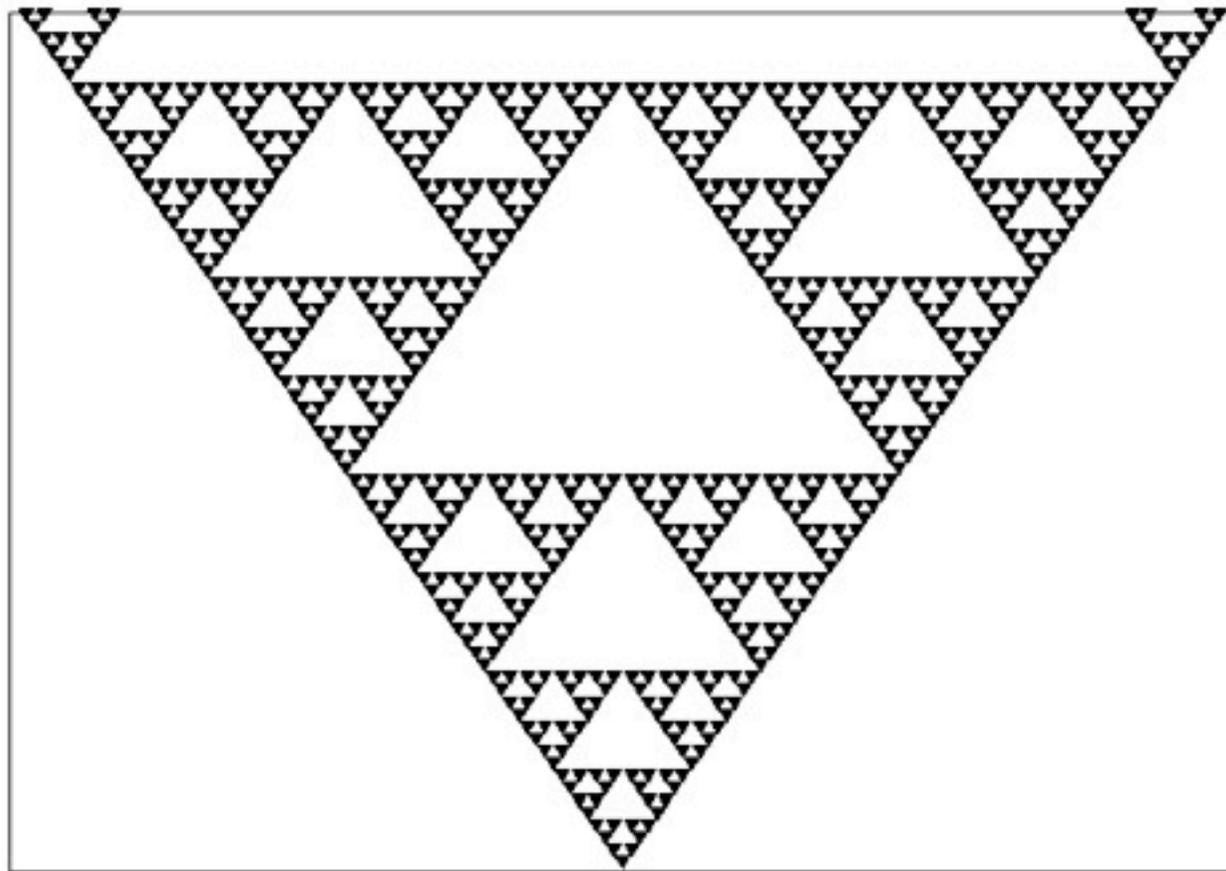
Ops!

Implementação da regra 90

- O programa tem aproximadamente 10 linhas. É realmente muito simples.
- Utilizando o XOR:
 - 1 XOR 1 = 0 | 0 XOR 0 = 0 | 1 XOR 0 = 1 |



- $H(i,t) = \text{XOR}(H(i-1,t-1), H(i+1,t-1))$



Dimensão fractal na prática

- Vamos medir a dimensão fractal de uma bola de papel amassado.
- Para isso consideramos diferentes bolas de papel, e graficamos o logaritmo da área vs. o diâmetro.
- O coeficiente angular da reta obtida vai medir d .
- Finalmente, faremos o histograma de todos os resultados obtidos para d .