

Fractais

Métodos computacionais II
2010

O que é um fractal?

- Mandelbrot:

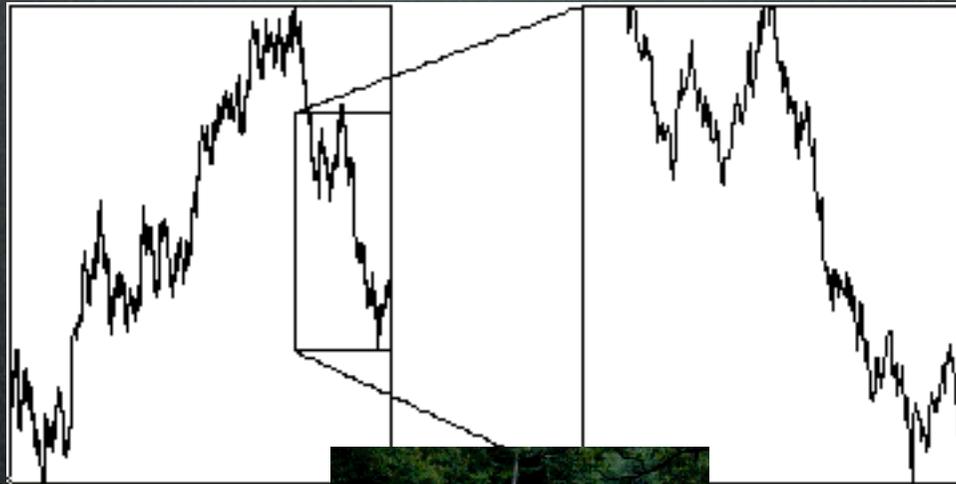
- Uma forma geométrica complexa que pode ser sub-dividida em partes onde cada parte é a cópia reduzida do todo.

- Matemática:

- Conjunto de pontos cuja dimensão fractal excede a dimensão topológica.

Auto-similaridade estatística

- A auto-similaridade pode ser estendida sistemas onde partes apenas “se parecem” com o todo.
- Fractais aleatórios

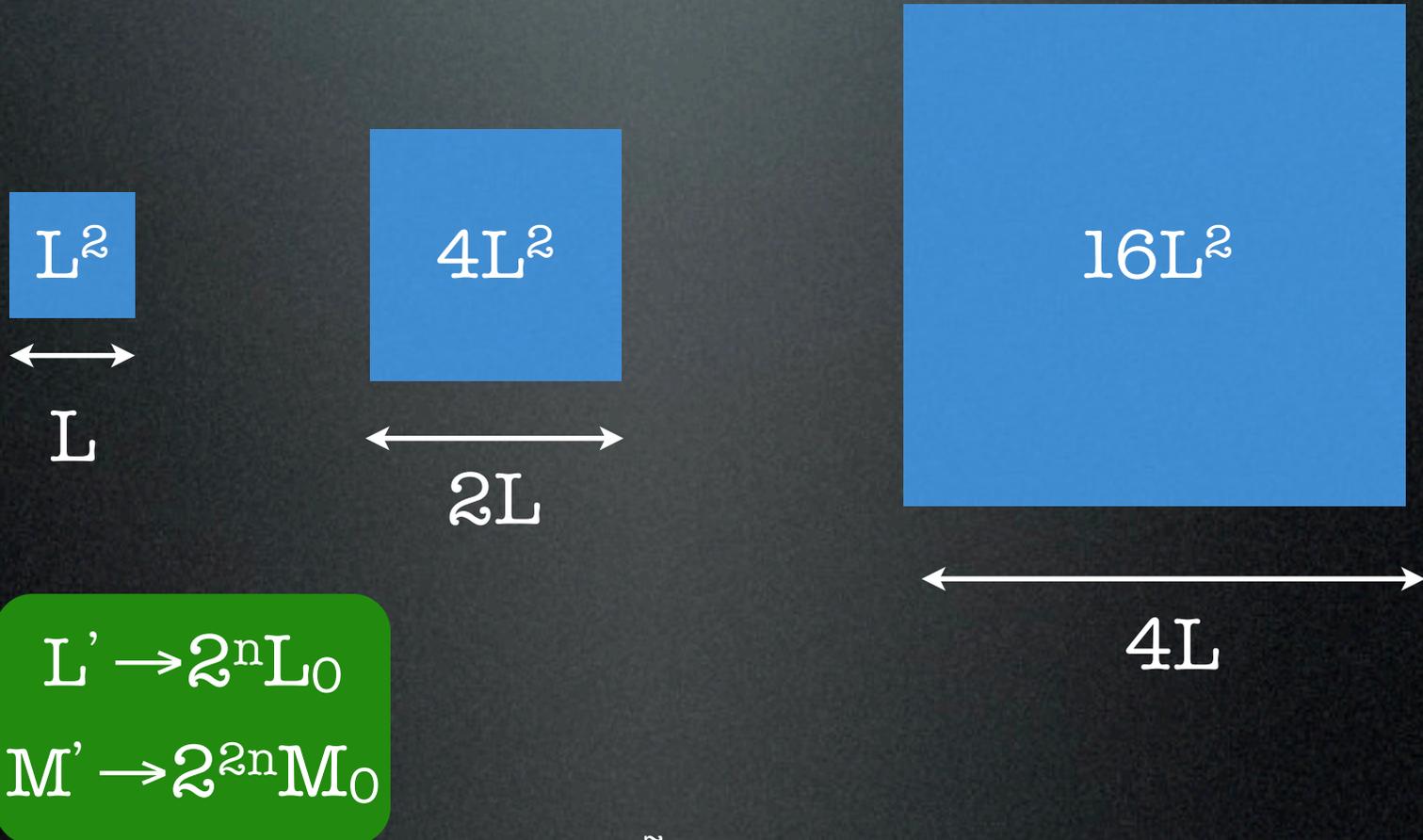


Geometria

- Formas produzidas pelo homem: geometria euclidiana
 - Linhas, planos, esferas e cilindros pertencem a uma dimensão inteira, seja 1, 2 ou 3
- Conceito intuitivo e matemático de dimensão
 - Intuitivamente...
 - n D \rightarrow n números para definir univocamente um ponto.
 - 1D \rightarrow linha, círculo, curva.
 - 2D \rightarrow Plano, superfície de uma esfera, etc.

Uma descrição matemática

- Como o tamanho do sistema (ou massa) se comporta quando sua **dimensão linear** varia.



definindo dimensão fractal

Lembrando que $L' \rightarrow 2^n L_0, M' \rightarrow 2^{2n} M_0$

Se definirmos a dimensão do espaço como

$$M \sim L^d \quad (L_0 = M_0 = 1), \\ d = \log(M) / \log(L) = 2$$

M_0

L_0



$2L_0$



$4L_0$

$L = 4L_0 = 2^n L_0$
 $M = 9M_0 = 3^n M_0$
 $d = \log(3) / \log(2)$

Conjunto de Cantor



L_0

M_0



$3L_0$

$2M_0$



$9L_0$

$4M_0$

$L = 9L_0 = 3^n L_0$
 $M = 4M_0 = 2^n M_0$
 $d = \log(2) / \log(3)$

Curva de Koch



L_0

M_0



$3L_0$

$4M_0$



$9L_0$

$16M_0$

$L = 9L_0 = 3^n L_0$
 $M = 16M_0 = 4^n M_0$
 $d = \log(4) / \log(3)$

Calculando numericamente

- Em geral, para calcular a dimensão fractal de fractais não-determinísticos inseridos em d dimensões:
 1. Posicione N caixas de tamanho L sobre o fractal
 2. Conte quantas caixa de tamanho L contém um pedaço de fractal, $M(L)$
 3. Faça a média sobre diferentes posições de caixa
 4. Repita 1-3 para um novo tamanho L