Tais corpos devem estar sob a ação de forças constantes que apontam para o centro. Esta força centrípeta é dada por

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}. \qquad (1.49)$$

Note que mv^2/r não é uma "força centrífuga" apontando para fora do centro da circunferência, mas é o produto da massa pela aceleração e aponta para o centro da circunferência, como o faz a força centrípeta F. Como exemplo, a órbita da Lua é aproximadamente circular; supondo-se que a Terra esteja em repouso no seu centro, então, pela Eq. (1.11), a força que atua sobre a Lua será

$$F = \frac{GMm}{r^2}, \qquad (1.50)$$

onde M é a massa da Terra e m é a massa da Lua. Expressa-se esta força em termos do raio R da Terra e da aceleração da gravidade g na superfície terrestre substituindo GM na Eq. (1.14):

$$F = \frac{mg\,R^2}{r^2}. \qquad (1.51)$$

A velocidade v da Lua é

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \qquad (1.52)$$

onde T é o período de revolução. Substituindo as Eqs. (1.51) e (1.52) na Eq. (1.49), determina-se r:

$$r^3 = \frac{g\,R^2T^2}{4\pi^2}. \qquad (1.53)$$

Esta equação foi determinada pela primeira vez por Isaac Newton, que verificou sua validade para a gravitação da Lei do Inverso do Quadrado da Distância.[7] Ela não é muito precisa, pois a órbita lunar não é perfeitamente circular, e porque a Terra não permanece em repouso no centro da órbita da Lua, mas oscila levemente devido à atração exercida por seu satélite. Pela terceira lei de Newton, esta força atrativa é também dada pela Eq. (1.51). Como a Terra é muito mais pesada do que a Lua, sua aceleração é muito menor, e a Eq. (1.53) não está muito errada. O tratamento exato deste problema é dado na Seç. 4.7. Outro erro pequeno refere-se ao fato de o valor de g, conforme determinado experimentalmente, incluir um efeito pequeno devido à rotação terrestre (ver Seç. 7.3). Se introduzirmos os valores medidos,

$$g = 980{,}2\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$R = 6\,368\text{km}$$

$$T = 27\frac{1}{3}\text{ dias},$$

obteremos, da Eq. (1.53)

$$r = 383\,000\text{km}$$

A distância média da Lua à Terra, de acordo com medidas modernas, é

$$r = 385\,000\text{km}.$$

Os valores de r e R, conhecidos de Newton, não permitiriam obter esta boa aproximação.

7 Isaac Newton, *op. cit.*, p. 407.

PROBLEMAS

1. Calcule a força de atração gravitacional entre um elétron e um próton separados por uma distância de 0,5 Å (1 Å = 10^{-8} cm). Compare com a força de atração eletrostática, cuja distância de separação seja a mesma.

2. O coeficiente de viscosidade η é definido pela equação

$$\frac{F}{A} = \eta\frac{dv}{ds},$$

onde F é a força de atrito, que se manifesta numa área A num fluido em movimento, e dv é a diferença na velocidade paralela a A, entre duas camadas de fluido separadas por uma distância ds, sendo ds medido perpendicularmente a A. Determine as unidades nas quais a viscosidade η deve ser expressada nos sistemas pé-libra-segundo, CGS e SI. Determine os três fatores de conversão para transformar o coeficiente de viscosidade de um destes sistemas para outro.

3. Um fluido escoa por um tubo cilíndrico, de comprimento l e raio a. Uma diferença de pressão ΔP (força por unidade de área) produz um fluxo Φ (volume por segundo) para escoar através do tubo. Suponha que ΔP seja proporcional a l e depende, por outro lado, somente de Φ, do raio a do tubo e da viscosidade η, já definido no Probl. 2. Mostre, usando Análise Dimensional, que ΔP deve ser também proporcional a η e a Φ e inversamente proporcional a a^4.

4. Um sistema de unidades freqüentemente usado por engenheiros mecânicos escolhe, além de pé e segundo, uma terceira unidade fundamental de força, a libra-peso (usualmente chamada somente libra). A unidade de massa é, então, uma unidade derivada, baseada na Eq. (1.9), chamada *slug*. Expresse o *slug* nas unidades fundamentais (pé, lb, s) e em libra no sistema pé-libra-segundo. Determine a constante gravitacional G no sistema pé-libra-peso-segundo.

5. Um motorista aproxima-se de um sinal de trânsito, que está verde, com velocidade v_0, quando o sinal se torna amarelo.

a) Se a reação do motorista ocorrer no tempo τ, durante o qual ele decide parar e aplicar o pé no freio, e se a desaceleração máxima dos freios for a, qual a distância mínima $S_{\text{mín}}$ antes de atingir o cruzamento, no momento em que a luz se torna amarela, que ele pode fazer com que o carro pare sem cruzá-la?

b) Se o sinal amarelo permanecer aceso durante um tempo t antes de tornar-se vermelho, qual a distância máxima $S_{\text{máx}}$, antes do cruzamento, no instante em que a luz amarela acende, de modo que ele possa atravessar o cruzamento com velocidade v_0 sem que o sinal vermelho acenda?

c) Mostre que no caso de a velocidade inicial ser maior do que

$$v_{0\,\text{máx}} = 2a(t - \tau),$$

existirá um intervalo de distâncias antes do cruzamento, de modo que o motorista não pare a tempo nem consiga cruzá-lo sem que o sinal vermelho acenda.

d) Faça uma estimativa razoável de τ, t e a e calcule $v_{0\,\text{máx}}$ em quilômetros por hora. Se $v_0 = \dfrac{2}{3}\, v_{0\,\text{máx}}$, calcule $S_{\text{mín}}$ e $S_{\text{máx}}$.

6. Um menino de massa m puxa (horizontalmente) um trenó de massa M. O coeficiente de atrito entre o trenó e a neve é μ.

a) Desenhe um diagrama mostrando todas as forças que agem sobre o menino e sobre o trenó.

b) Determine os componentes horizontais e verticais de cada uma das forças no momento em que o menino e o trenó têm uma aceleração a.

c) Se o coeficiente de atrito estático entre os pés do garoto e o solo for μ_s, qual é a aceleração máxima que ele pode fornecer a ele próprio e ao trenó, supondo-se que a tração é o fator que limita a aceleração?

7. Um escovão de massa m é empurrado com uma força F dirigida ao longo do cabo, que faz um ângulo θ com a vertical. O coeficiente de atrito com o solo é μ.

a) Desenhe um diagrama mostrando todas as forças que agem sobre o escovão.

b) Para θ e μ dados, determine a força F necessária para que o escovão deslize com velocidade uniforme sobre o assoalho.

c) Mostre que sendo θ menor do que o ângulo crítico [conforme definido pela Eq. (1.47)], o movimento do escovão sobre o solo não poderá ser iniciado quando é empurrado pelo cabo. Despreze a massa do cabo do escovão.

8. Uma caixa de massa m desliza sobre uma mesa horizontal com coeficiente de atrito μ. A caixa está conectada por uma corda que passa por uma roldana a um corpo de massa M, pendurado ao lado da mesa. Determine a aceleração do sistema e a tensão na corda.

9. Ao bloco mostrado nas Figs. 1.3 e 1.4 é dada uma velocidade inicial v_0, no sentido de subida de um plano inclinado. O ângulo θ é maior do que o ângulo crítico. Determine a distância em que o bloco se moverá, ao subir o plano inclinado, e o tempo necessário para que ele deslize para baixo de volta à sua posição original.

10. Uma curva, em uma auto-estrada, cujo raio de curvatura é r, é inclinada num ângulo θ com relação à horizontal. Se o coeficiente de atrito for μ_s, qual a velocidade máxima de um carro para percorrê-la sem derrapar?

11. Supondo-se que a Terra se mova formando circunferência cujo raio seja igual a 150 000 000km no período de revolução de um ano, determine a massa do Sol em toneladas.

12. a) Calcule a massa da Terra usando o valor de seu raio e os valores de g e G.

b) Procure as massas e as distâncias existentes entre o Sol, a Lua e a Terra e calcule a força de atração entre a Terra e o Sol e entre a Terra e a Lua. Compare os resultados obtidos, fazendo uma estimativa grosseira da razão entre essas duas forças, considerando que a primeira faz com que a órbita terrestre em torno do Sol seja de um ano, enquanto a segunda a faz girar numa pequena circunferência, aproximadamente em um mês, em torno de um centro de gravidade comum ao sistema Terra-Lua.

13. O Sol encontra-se aproximadamente a uma distância de 25 000 anos-luz do centro da galáxia e desloca-se em uma circunferência à velocidade de 300km/s. Determine a massa aproximada da galáxia, supondo que a força gravitacional exercida sobre o Sol possa ser calculada considerando-se que toda a massa galáctica esteja concentrada em seu centro. Exprima o resultado como a razão entre a massa da galáxia e a massa solar. Não é necessário conhecer a constante G ou a massa do Sol para resolver este problema, se você comparar o período de revolução do Sol em torno do centro da galáxia com o período de revolução da Terra em torno do Sol.

14. Uma estrela de nêutrons é uma coleção dessas partículas ligadas por sua atração gravitacional mútua, com uma densidade comparável à de um núcleo atômico (aproximadamente 10^{12}g/cm^3). Suponha que a estrela de nêutrons seja uma esfera e mostre que a freqüência máxima com a qual ela pode girar, sem que a massa se desprenda do equador, é $f = (\rho G/3\pi)^{1/2}$, onde ρ é a densidade. Calcule f para uma densidade de 10^{12}g/m^3. Existe uma suposição de que os pulsares, que emitem uma certa quantidade de radiação com intervalos regulares e com uma taxa de repetição de até 30/s, são estrelas de nêutrons.