

**Instituto de Física — UFRJ**  
**Mecânica Quântica 2 – 2018-1 – Prof. Paulo A. Maia Neto**  
**Lista 9**

**Desigualdade CHSH para spins correlacionados.** Considere o seguinte estado emaranhado de duas partículas de spin  $1/2$ :

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|z : +\rangle_1 |z : +\rangle_2 + |z : -\rangle_1 |z : -\rangle_2);$$

onde os estados  $|z : \pm\rangle_i$  são auto-estados de  $\sigma_{iz}$ ,  $i = 1, 2$ .

1.  $|\Phi\rangle$  é auto-estado dos observáveis  $S^2$ ,  $S_{1z}$ ,  $S_z$  e  $S_x$ ? Responda separadamente para cada observável. Caso afirmativo, determine o auto-valor.

Sejam  $n_a, n_b, n_c, n_d$  unitários associados a quatro direções no plano  $xz$ . As direções  $n_a, n_c$  são usadas para a partícula 1, e  $n_b, n_d$  para a partícula 2. As variáveis de spin correspondentes são  $a = n_a \cdot \sigma$ ,  $b = n_b \cdot \sigma, \dots$ .

2. Demonstre a desigualdade CHSH

$$|\langle ab \rangle + \langle cb \rangle + \langle cd \rangle - \langle ad \rangle| \leq 2 \tag{1}$$

3. Suponha, sem perda de generalidade, que  $a$  seja a direção do eixo  $Oz$ , e que as demais direções coplanares (plano  $xz$ )  $b, c$ , e  $d$  correspondem a coordenadas angulares esféricas  $\phi_b = \phi_c = \phi_d = 0$  e  $\theta_b = \theta$ ,  $\theta_c = 2\theta$ , e  $\theta_d = 3\theta$ . Se o sistema se encontra no estado  $|\Phi\rangle$ , mostre que o resultado da Mecânica Quântica para o lado esquerdo da desigualdade (1) é

$$|\langle ab \rangle + \langle cb \rangle + \langle cd \rangle - \langle ad \rangle| = 3 \cos \theta - \cos 3\theta$$

Determine o valor para  $\theta$  que maximize a violação da desigualdade (1). Determine o valor do lado esquerdo da (1) para este valor de  $\theta$ .