

Instituto de Física — UFRJ
Mecânica Quântica 2 – 2018-1 – Prof. Paulo A. Maia Neto
Lista 3

1. Seja $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Mostre que:

- (a) L_z e S_z não comutam com $\vec{L} \cdot \vec{S}$, e logo não comutam também com J^2 .
- (b) J_z comuta com $\vec{L} \cdot \vec{S}$.

2. **Momento angular total de duas partículas de spin 1/2.** Considere um sistema de duas partículas de spin 1/2. O espaço de estados admite a base

$$\{|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle\}$$

de auto-vetores simultâneos de S_{1z} e S_{2z} . Seja $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ o momento angular total do sistema de duas partículas. Neste problema, você achará os autoestados simultâneos de S^2 e S_z .

- (a) Qual é o maior valor possível de S_z ? Qual é o autovetor correspondente? Mostre que esse autovetor é também autoestado de S^2 , e calcule o autovalor correspondente. Qual é o valor máximo possível para s , se os autovalores de S^2 são designados por $\hbar^2 s(s+1)$? Por que?
- (b) Aplique ao autoestado encontrado no item anterior o operador $S_- = S_{1-} + S_{2-}$. O estado encontrado, que é uma superposição de $|+-\rangle$ e $|-+\rangle$, deve ser um autoestado simultâneo de S^2 e S_z (por que?). Quais são os autovalores correspondentes?
- (c) Construa (por inspeção) uma outra superposição dos estados $|+-\rangle$ e $|-+\rangle$ que seja ortogonal à encontrada no item anterior. Note que essa superposição deve ainda ser um autoestado de S_z com o mesmo autovalor que o encontrado no item **(b)**. Verifique isso. Por outro lado, ela não pode ser um autoestado de S^2 com o mesmo autovalor que o estado encontrado no item anterior, pois aquele estado foi obtido de maneira unívoca através da aplicação do operador S_- ao estado $|++\rangle$. Como ela representa o único vetor ortogonal ao estado encontrado em **(b)** com o mesmo valor de S_z , ele deve ser um autovetor de S^2 correspondente a um outro autovalor. Qual seria esse autovalor? Confirme esse resultado aplicando diretamente S^2 ao estado assim construído.
- (d) Aplique o operador S_- aos estados encontrados nos itens **(b)** e **(c)** e discuta os resultados obtidos. Separe os estados obtidos em dois grupos, conforme o valor correspondente do número quântico s . Note que um grupo contém três estados (*estados tripletos*) enquanto o outro contém apenas um estado (*estado singlete*).