

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Física

MECÂNICA QUÂNTICA I – 2003.1

2ª PROVA - 10/07/2003- Duração: 2 horas

1.

- a) Sejam J_x, J_y , e J_z , operadores de momento angular e $|j, m\rangle$ um auto estado simultâneo de $J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$ e J_z com autovalores $j(j+1)\hbar^2$ e $m\hbar$. Calcule, a menos de uma fase,

$$(J_x + iJ_y)|j, m\rangle$$

- b) Calcule o autovetor simultâneo de J^2 e J_x que tem autovalores $2\hbar^2$ e \hbar , respectivamente, em fun'c ao dos autovetores $|j, m\rangle$.

2. Mostre que o valor médio do momento, \vec{p} , de uma partícula que se encontra em um auto estado ligado da energia é zero.

3. Uma partícula de massa m se encontra em um potencial harmnico anisotrpico descrito por

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2m^2} \{ \omega_1^2(x^2 + y^2) + \omega_2^2 z^2 \}$$

- a) Calcule os níveis de energia.
b) É possível encontrar auto estados simultâneos da energia e do quadrado do momento angular L^2 ? Justifique
c) É possível encontrar auto estados simultâneos da energia e da componente z do momento angular L_z ? Justifique

4. Uma partícula de massa m está confinada dentro de uma "sacola" esférica de raio a , com paredes perfeitamente refletoras.

- a) Calcule os dois níveis de energia mais baixos nos casos em que a partícula tem momento angular nulo.
b) Prepara-se um estado inicial em que a densidade de probabilidade de encontrar a partícula dentro da sacola é constante dentro de uma esfera de raio $a/2$. Qual a probabilidade de ao se fazer uma medida de energia encontrarmos os valores obtidos no item a)?