

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Física

MECÂNICA QUÂNTICA I – 2017-2

Questões de provas anteriores

1.

- (a) Mostre que os autovalores de um operador hermitiano O ($O = O^\dagger$) são reais.
- (b) Mostre que os autovetores de um operador hermitiano O associados a autovalores diferentes são ortogonais. Forneça um exemplo de um operador hermitiano associado a um observável quântico e de dois de seus auto-vetores associados a autovalores distintos.
- (c) Sejam A e B dois operadores hermitianos. Dentre os operadores: AB , $A + iB$, $AB - BA$ e $AB + BA$, quais são hermitianos? Justifique.

2. Os estados de um certo sistema quântico pertencem a um espaço vetorial de dimensão 2, gerado pela base ortonormal $\{|1\rangle, |2\rangle\}$. O Hamiltoniano do sistema é

$$H = V(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|),$$

onde V é uma constante real.

- (a) Determine o Hermitiano conjugado do operador $|1\rangle\langle 2|$. O operador no lado direito da equação acima é Hermitiano? Justifique.
- (b) Determine os estados estacionários e os níveis de energia correspondentes.
- (c) O estado $|1\rangle$ é estacionário? Caso afirmativo, justifique; caso negativo determine a sua evolução temporal (isto é, calcule o estado para um tempo t genérico, supondo que o estado em $t = 0$ é $|1\rangle$).

3. O estado de polarização de um foton é dado por

$$|\psi\rangle = C(|+\rangle - |0\rangle),$$

onde $|0\rangle$ é o estado de polarização linear na direção vertical, e $|+\rangle$ é o estado de polarização circular esquerda: $|+\rangle = (|0\rangle + i|\pi/2\rangle)/\sqrt{2}$ ($|\pi/2\rangle$ representa o estado de polarização linear horizontal).

- (a) Determine um valor para a constante C que normalize o vetor de estado $|\psi\rangle$ (os estados $|0\rangle$ e $|\pi/2\rangle$ já estão normalizados).
- (b) Determine a probabilidade de passagem do foton por um polarizador alinhado ao longo da direção vertical (a probabilidade de passagem vale 1 quando a polarização é vertical).

(c) Após essa primeira medida, calcule a probabilidade de passagem por um segundo polarizador alinhado a $\pi/4$ em relação à vertical, supondo que o fóton tenha passado pelo primeiro polarizador.

1°. Os estados de um certo sistema quântico pertencem a um espaço vetorial de dimensão 2, gerado pela base ortonormal $\{|1\rangle, |2\rangle\}$. O Hamiltoniano do sistema é

$$H = V(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|),$$

onde V é uma constante real.

- (a) Determine o Hermitiano conjugado do operador $|1\rangle\langle 2|$. O operador no lado direito da equação acima é Hermitiano? Justifique.
- (b) Determine os estados estacionários e os níveis de energia correspondentes.
- (c) O estado $|1\rangle$ é estacionário? Caso afirmativo, justifique; caso negativo determine a sua evolução temporal (isto é, calcule o estado para um tempo t genérico, supondo que o estado em $t = 0$ é $|1\rangle$).