## Regra II - Regra de Born

Regra I: Estado quântico (puro) = informação máxima possível
**Medida completa** = preparação de estado quântico (puro).
Sempre o mesmo resultado para uma dada medida completa.
**Probabilidades** bem definidas para resultado de qualquer outra medida completa

Medida completa $A$: $N$ valores distintos possíveis: $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N$

Ao medir $A$, se encontro valor $\lambda_j$, preparo estado $|\lambda_j\rangle$

Estado antes da medida, preparado por alguma outra medida completa:

$$|\psi\rangle$$

tomamos vetores com norma unitária:

$$||\,|\lambda_j\rangle\,|| = 1 = ||\,|\psi\rangle\,||$$

**Regra de Born:** probabilidade de obter $\lambda_j$:
$$p_j = |\langle\lambda_j|\psi\rangle|^2$$

## Regra II - Regra de Born (2)

**Regra de Born:** probabilidade de obter $\lambda_j$:
$$p_j = |\langle\lambda_j|\psi\rangle|^2$$

$$||\,|\lambda_j\rangle\,|| = 1 = ||\,|\psi\rangle\,||$$

Probabilidades devem satisfazer

$$0 \le p_j \le 1$$

De fato, pela desigualdade de Cauchy-Schwarz:

$$|\langle\lambda_j|\psi\rangle|^2 \le \langle\lambda_j|\lambda_j\rangle\,\langle\psi|\psi\rangle = 1$$

## Regra II - Regra de Born (3)

**Regra de Born:** probabilidade de obter $\lambda_j$:
$$p_j = |\langle\lambda_j|\psi\rangle|^2$$

$$||\,|\lambda_j\rangle\,|| = 1 = ||\,|\psi\rangle\,||$$

Aplicando a regra para duas medidas $A$ consecutivas:

$$|\psi\rangle = |\lambda_k\rangle$$

Neste caso, devemos obter $\quad p_j = \delta_{jk} = |\langle\lambda_j|\lambda_k\rangle|^2$

Portanto, $N$ vetores $\quad \{|\lambda_1\rangle, |\lambda_2\rangle, ..., |\lambda_N\rangle\}$

são ortogonais entre si!

$\mathcal{B}_A = \{|\lambda_1\rangle, |\lambda_2\rangle, ..., |\lambda_N\rangle\}$ é uma base ortonormal associada à medida completa A

## Regra II - Regra de Born (4)

**Regra de Born:** probabilidade de obter $\lambda_j$:
$$p_j = |\langle\lambda_j|\psi\rangle|^2$$

$$||\,|\lambda_j\rangle\,|| = 1 = ||\,|\psi\rangle\,||$$

Probabilidades devem satisfazer

$$\sum_{j=1}^{N} p_j = 1$$

Com efeito, temos

$$\sum_{j=1}^{N} p_j = \sum_{j=1}^{N} |\langle\lambda_j|\psi\rangle|^2 = ||\,|\psi\rangle\,||^2 = 1$$

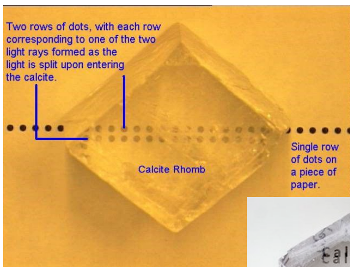
## Regra II - Exemplo: polarização do fóton

Medida completa $A$ = 'HV': polarização linear vertical ou horizontal ?

$$\mathcal{B}_{\rm HV} = \{|H\rangle, |V\rangle\}$$

Usando cristal birrefringente….

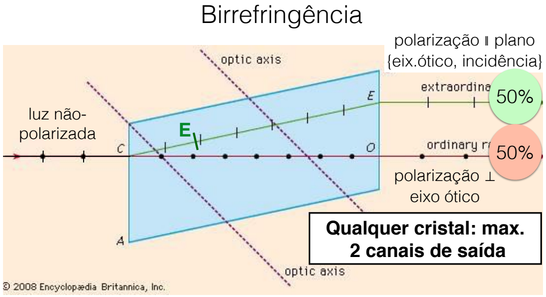
## Birrefringência





**Qualquer cristal fornece no máximo 2 imagens**

## Birrefringência




**Qualquer cristal: max. 2 canais de saída**

Cristal **anisotrópico** uni-axial: **tensor** susceptibilidade elétrica ϵ

**D** = ϵ **E** $\quad \epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\parallel \end{pmatrix}$ $\quad$ Calcita: $\frac{\epsilon_\perp}{\epsilon_\parallel} = \left(\frac{1.658}{1.486}\right)^2$

## Birrefringência