Métodos da Física Teórica I – 2019/1
7ª lista de exercícios

1. (Com base na 6ª lista)

a) Resolva novamente a questão 1.d), desta vez com auxílio da transformada de Laplace.

b) Resolva novamente a questão 7.b), desta vez com auxílio da transformada de Laplace e dadas as condições iniciais $\vec{r}(0) = (x_0, y_0, z_0)$ e $\vec{v}(0) = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$.

c) A transformada de Laplace é útil na resolução das questões $2, 3, \ldots, 6$?

. . . .

2. Encontre as transformadas de Laplace das funções abaixo, informando os valores de s para os quais a transformada existe (considere a uma constante real positiva):

a) $\cos(at)$, b) $\operatorname{sen}(at)$, c) $t^2 e^{-t}$, d) $\sqrt{t}\, e^{at}$.

. . . .

3. [O item (d) é um desafio] Verifique se os resultados encontrados na questão 2 estão corretos calculando suas transformadas inversas pela fórmula

$$\mathrm{L}^{-1}\left[F(s)\right] = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{st} F(s)\,\mathrm{d}s\,.$$

. . . .

4. Mostre que a solução geral de $\ddot{x} + \omega^2 x = f(t)$, para $t \geq 0$, pode ser escrita como

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega}\operatorname{sen}(\omega t) + \frac{1}{\omega}\int_0^t \operatorname{sen}[\omega(t - \tau)]\, f(\tau)\,\mathrm{d}\tau\,,$$

onde $x_0 = x(0)$ e $v_0 = \dot{x}(0)$ são as condições iniciais.
(Esta é a solução geral de qualquer oscilador harmônico forçado (sem amortecimento) sujeito a uma força que começa a atuar no instante $t = 0$.)

. . . .

5. Encontre as funções $y(x)$ e $z(x)$ sabendo que $y(0) = 0$, $y'(0) = z(0) = z'(0) = 1$ e

$$\left\{ \begin{array}{rcl} y'' + z'' - z' & = & 0 \\ y' + z' - 2z & = & 1 - e^x\,. \end{array} \right.$$

. . . .

6. (Desafio) Repita o problema 7 da lista anterior incluindo agora um campo elétrico $\vec{E}$ constante e uniforme paralelo ao eixo $\overrightarrow{\mathcal{O}\mathcal{Y}}$.