Ondas

Métodos computacionais II

Equação de ondas

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

- Ondas em uma corda, ondas eletromagnéticas, sonoras, etc...
- Na corda:
    - y é o deslocamento da corda de sua posição de equilíbrio.
    - x é a distância medida ao longo da corda
    - c é a velocidade de propagação da onda na corda

Resolvendo a equação

- Método numérico para resolver a equação diferencial
- Equação diferencial parcial de 2ª ordem
  - Método de relaxação como o anterior?
  - Não!
  - Para ver isso, discretizar a equação....

Discretização

$$x = i\Delta x \text{ e } t = n\Delta t$$

- Expressão para derivada parcial de 2a ordem já feita no caso do potencial

$$\frac{y(i,n+1) + y(i,n-1) - 2y(i,n)}{(\Delta t)^2} \sim c^2 \frac{y(i+1,n) + y(i-1,n) - 2y(i,n)}{(\Delta x)^2}$$

- Semelhanças com o caso do pêndulo
- Dependência temporal+ condições iniciais

Explicitando...

- Deixando a dependência temporal mais clara, temos

$$y(i, n+1) =$$

$$2[1 - r^2]y(i, n) - y(i, n-1) + r^2[y(i+1, n) + y(i-1, n) - 2y(i, n)]$$

$$r = c\Delta t / \Delta x$$

- Expressamos y(i,n+1) em termos do y de intervalos de tempo anteriores n-1 e n.

Condições iniciais

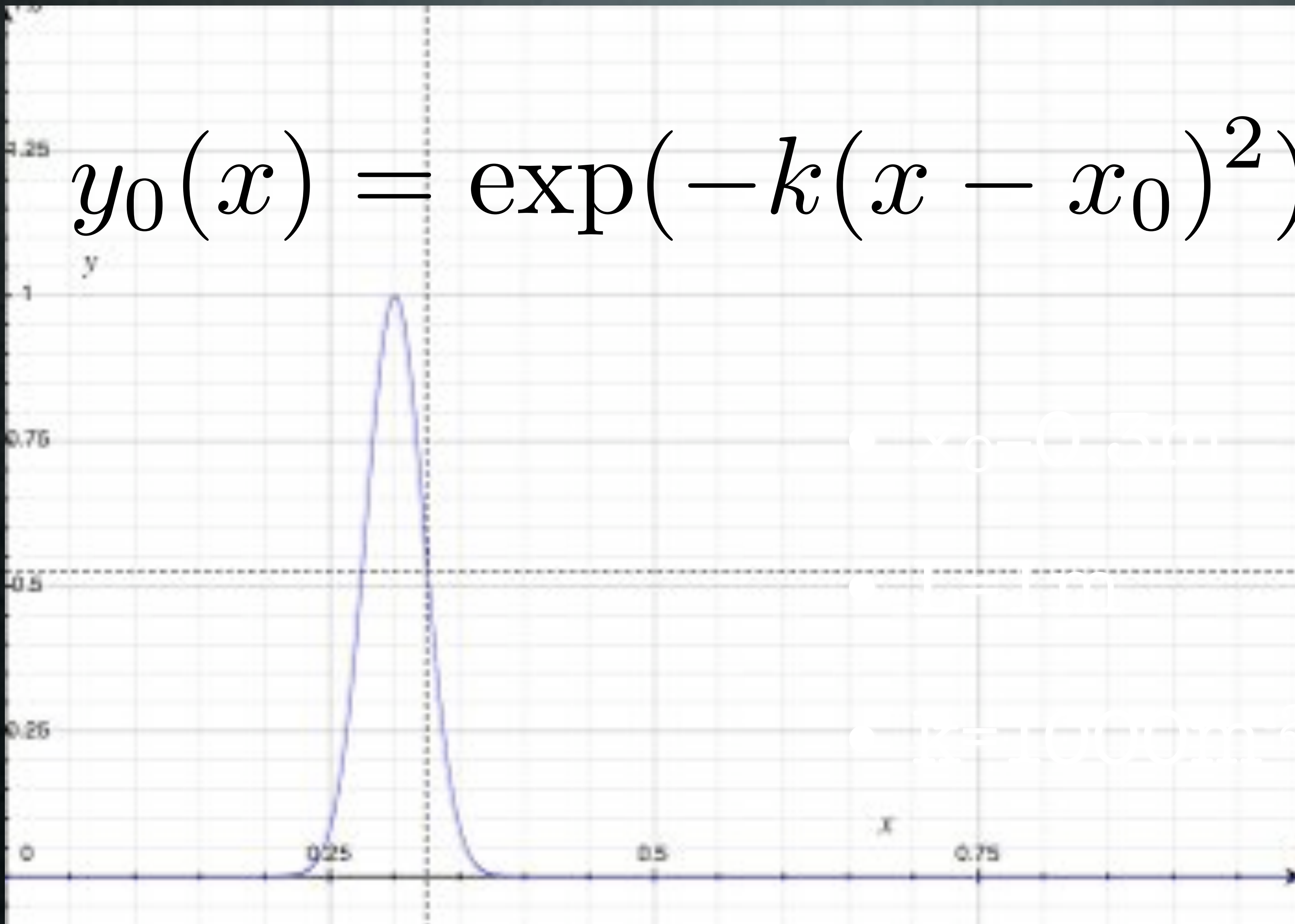
- Precisamos da configuração da corda em dois intervalos de tempo consecutivos.
- Uma possibilidade:
  - Assumir que a corda tinha um formato fixo $y_0(x)$ para $t<0$.
- Condições de contorno!
  - Começando com corda fixa nas extremidades

Programa

- Inicial
  - x discretizado em N_x+1 pontos
  - y(i,1) (i=0,N_x)
  - y(i,3)=y(i,2)=y(i,1)
- Atualiza

Inicial

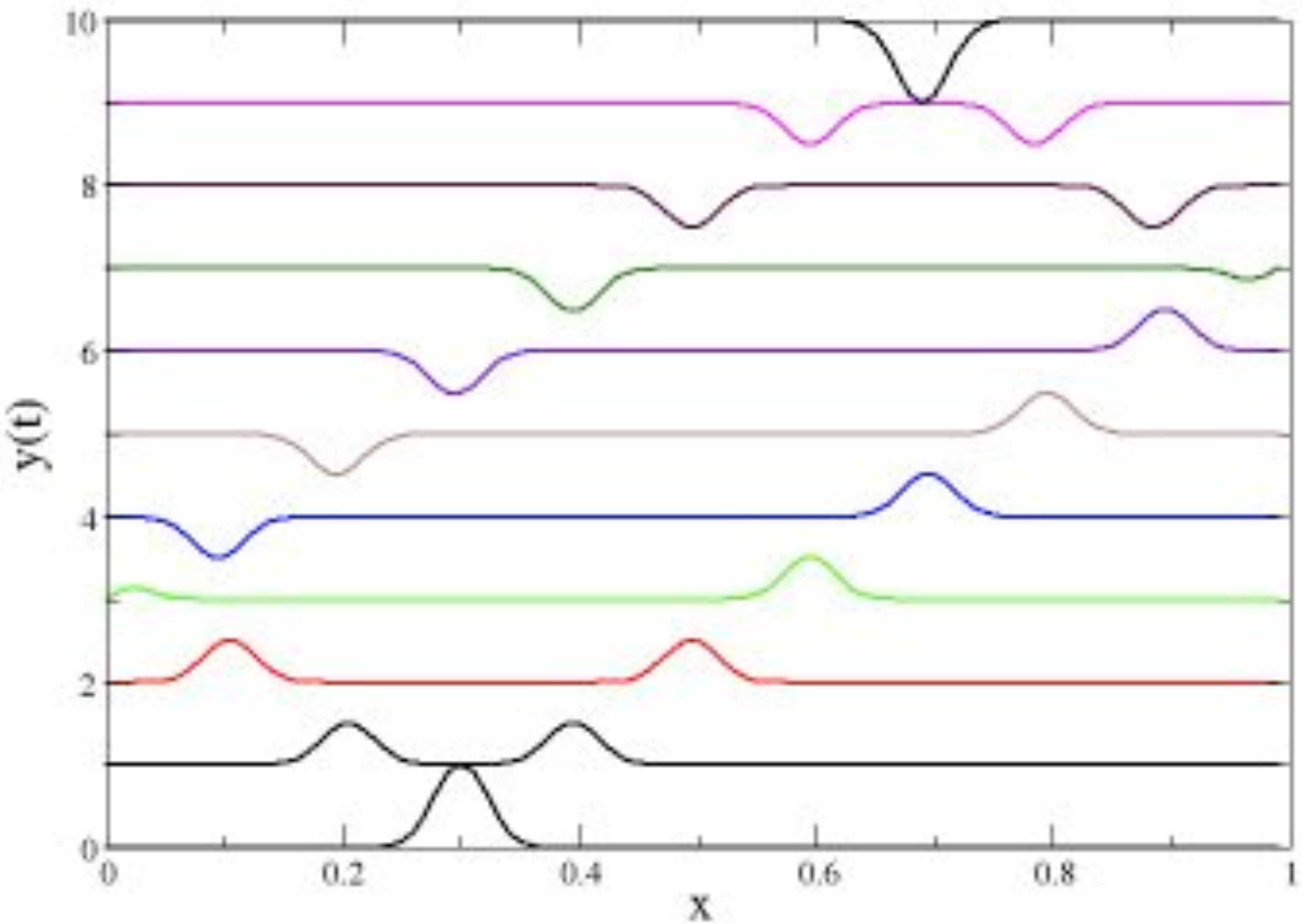
$$y_0(x) = \exp(-k(x - x_0)^2)$$



- $x_0 = 0.3m$
- $L = 1m$
- $k = 1000m^{-2}$

Programa e atualiza

- $c=300m/s$
- $\Delta x=0.01m$
- $\Delta t=\Delta x/c$



y(t)
x
0
2
4
6
8
10
0.2
0.4
0.6
0.8
1

etc

- Instabilidade numérica se $r>2$
- Erros para $r<1$
  - acurácia de métodos de diferenças finitas
- Velocidade $c(i)$ dependente da posição
  - Corda com densidade variável.