UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Métodos Computacionais em Física II

LISTA 1

prorrogada para 16/11/15

1. Faça um programa utilizando o método de Euler, outro com o de Euler-Cromer e outro com o de Runge-Kutta para estudar o pêndulo simples, não-amortecido e não forçado, no limite de oscilções pequenas. Utilize, como condições iniciais θ_0=0,2 radianos e ω_0=0,0 radianos/s. Considere g =9,8 m/s^2 e $l = 9,8$ m. Use como intervalo de tempo $\Delta t = 0,04$ s.

   (a) Faça um gráfico mostrando θ como função do tempo ao longo de 5 períodos usando cada um dos três métodos.

   (b) Faça o mesmo para a velocidade angular ω.

   (c) Faça o mesmo para a energia cinética, a energia potencial e a energia total.

   (d) Como se comparam os 3 métodos?

2. Considere agora que o pêndulo é amortecido, com uma força de amortecimento proporcional a $d\theta/dt$, tal que:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta - q\frac{d\theta}{dt}$$

   (a) Encontre a solução analítica para $\theta(t)$.

   (b) Mantendo as mesmas condições iniciais do problema anterior, faça um novo programa que inclua amortecimento e compare os resultados fornecidos por ele com o analítico nas diversas regiões de amortecimento. Escolha um método adequado. Escolha 5 valores de q que permitam uma comparação representativa em todas as regiões, justificando sua escolha. Faça gráficos de $\theta(t)$ como função de t comparando os resultados do programa e os analíticos.

3. Considere agora o pêndulo forçado, amortecido e não-linear:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}sen(\theta) - q\frac{d\theta}{dt} + \alpha sen(\Omega_D t)$$

   Utilize θ_0 =0,2, $\omega_0 = 0$, g =9,8 e $l = 9,8$ $\Omega_D = 2/3$ e $q = 0,5$, todos em unidades do S.I. Faça um programa usando um método adequado e escolha Δt.

   (a) Para $\alpha = 0.5$ e $\alpha = 1.2$ faça gráficos da trajetória do pêndulo no espaço de fase.

   (b) Vamos agora construir uma seção de Poincaré para cada um dos valores de α acima. Isso é feito construindo a trajetória no espaço de fases e mostrando apenas os pontos em fase com a força externa, ou seja, você só deve colocar no gráfico pontos para os quais $\Omega_D t = 2n\pi$ onde n é inteiro. Ao constuir esse gráfico numericamente, você deve ter cuidado e lembrar que o tempo cresce em intervalos Δt. Assim sendo, utilize pontos para os quais $|t - 2n\pi/\Omega_D| < \Delta t/2$.

   (c) Repita o item (b) para diferentes condições iniciais.

   (d) O que você aprende observando as seções de Poincaré dos itens anteriores?